平成28年度

大学院入学試験問題

物理学

午前９：00～11：00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. ４問のうち，任意の２問を選んで解答すること。
4. 解答用紙２枚が渡される。１問ごとに必ず１枚の解答用紙を使用すること。必要があれば，解答用紙の裏面を用いてもよい。
5. 解答用紙上方の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。また，上方にある「くさび型マーク」のうち，記入した問題番号および修士課程と博士課程の区別に相当する箇所を，試験終了後に監督者の指示に従い，はさみで正しく切り取ること。したがって，解答用紙１枚につき２ケ所切り取ることになる。
6. 草稿用白紙は本冊子から切り離さないこと。
7. 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
8. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること。

草 稿 用 白 紙

第 1 問

一様な体積密度を持つ半径 r で質量 m の球 S1，一様な体積密度を持つ半径 r で質量 $3m$ の球 S2，一様な面密度を持ち厚さが無視できる半径 r で質量 m の球殻 S3 を考える。これらの球体（球あるいは球殻）を，図 1.1 のような，水平面と θ の角度をなす粗い斜面上の A に置き静かに手を放すと，球体は斜面を転がり始めた。重力加速度を g とすると，球体には中心 O に重力が，また球体と斜面の接点 P に垂直抗力 N と摩擦力 F が働く。反時計回りを正方向として O のまわりの角速度を ω とする。以下の問いに答えよ。

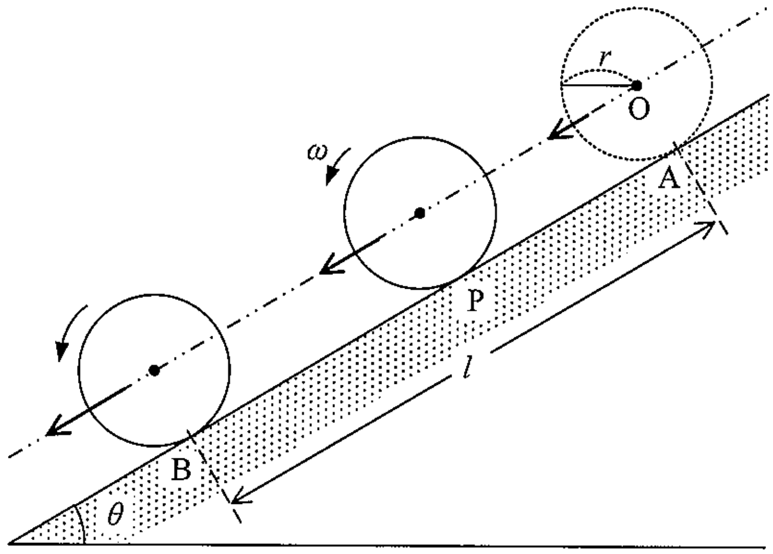

図 1.1

I. 球 S1 および球殻 S3 について，球心を通る軸に関するそれぞれの慣性モーメント I_1 および I_3 を，導出過程とともに示せ。

II. 球 S1 が転がるときに滑りがない場合を考える。球 S1 と斜面の静止摩擦係数を μ_0 とする。

1. 重心の運動方程式，斜面と垂直な方向の力の釣り合いの式，重心まわりの回転の運動方程式を示せ。

2. 球 S1 が斜面方向に転がり落ちる際の重心の加速度を求めよ。また，滑りがない条件下では μ_0 と θ との間にどのような関係式があるかを求めよ。

III. 球 S1 が滑りながら転がる場合を考える。斜面上の A に球 S1 を置き静かに手を放すと，S1 は滑りながら転がり始めた。このとき，S1 と斜面の動摩擦係数を μ ($<\mu_0$) とすると，$F=\mu N$ となる。S1 を放した時刻を $t=0$ として，接触点 P において斜面に対して S1 が滑る相対すべり速度を，時刻 t の関数 $q(t)$ として求めよ。

IV. 滑りがない条件下で，斜面上の A に球体 S1, S2, S3 を別々に置き，静かに手を放すと，それらは斜面を転がり始めた。A から距離 l だけ離れた B に，S1, S2, S3 が到達するのに要する時間をそれぞれ T_1, T_2, T_3 として，T_2 / T_1 および T_3 / T_1 を求めよ。

第 2 問

図 2.1 に示すように，半径 a，高さ h ($h >> a$)，導電率 σ，誘電率 ε の円柱状の物体が真空中に置かれており，その物体の上下面には電極がついている。これらの電極からは，直線状の電線が円柱の軸に沿って伸びており，それらは電流源およびスイッチに，十分遠方において接続されている。従って，これら電流源・スイッチ・そこに至る配線の作る電場・磁場は無視してよい。さらに，電極・電線の電気抵抗も無視できるものとする。また，ここでは，電極端における電場の集中は考慮しないことにし，電場は円柱内部にのみ軸方向に一様に存在すると仮定してよい。真空の誘電率を ε_0 とし，円柱状の物体の透磁率は，真空の透磁率 μ_0 と等しいとする。

この円柱状の物体に，上の電極から下の電極の向きに電流を流したときに，円柱の内外に発生する電場と磁場に関して，以下の問いに答えよ。

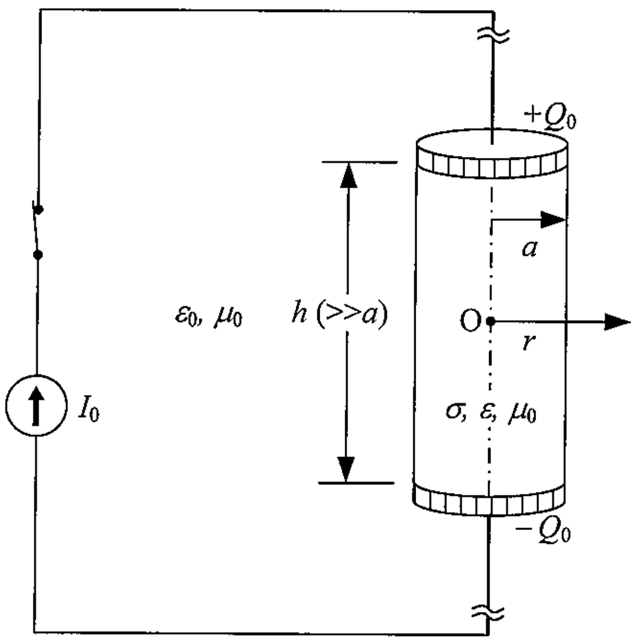

図 2.1

I. この円柱状の物体に一定電流 I_0 を流したとき，上下の電極にはそれぞれ電荷 $+Q_0, -Q_0$ が発生した。なお，電極上の電荷の分布は一様であるとしてよい。

1. 上下電極間の電気抵抗 R を求めよ。
2. 円柱状の物体内部における電流密度 j と電場 E の関係を示せ。

3. ガウスの法則を用いて，電流 I_0 と電荷 Q_0 の関係を求めよ。
4. 定常電流 I_0 が流れているときの，電極間の静電容量 C を求めよ。
5. 円柱の重心Oから円柱軸に垂直にとった距離 r の点における磁束密度を求めよ。円柱の内側（$r \leq a$）と外側（$r > a$）を分けて考えよ。

II. 時刻 $t = 0$ にスイッチを開いたところ，円柱の内部には

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{1}$$

で時間とともに減少する伝導電流が流れた。円柱内部の電流の分布は一様であることに留意し，下記の問いに答えよ。

1. 円柱内部に発生する変位電流を，時間の関数として示せ。
2. 変位電流の向きは，上向きになるか下向きになるか，その理由とともに述べよ。
3. 円柱の重心Oから円柱軸に垂直にとった距離 r の点における磁束密度を求めよ。円柱の内側（$r \leq a$）と外側（$r > a$）を分けて考えよ。

第 3 問

理想気体（気体定数は R）を作動流体とする熱過程を考える。モル定積比熱 C_V およびモル定圧比熱 C_P は条件によらず一定とする。すべての状態変化は準静的であるとして，以下の問いに答えよ。答えに至る過程も記せ。

I. 1モルの作動流体を考える。圧力を P，絶対温度を T，体積を V，内部エネルギーを U，エントロピーを S と表す。

1. 式(1)が成立することを示せ。

$$dU = C_V\, dT \tag{1}$$

2. 温度が dT，圧力が dP だけ変化したときのエントロピー変化量 dS を求めよ。
3. 絶対温度 T_0，圧力 P_0 のときのエントロピーを S_0 としたときの，絶対温度 T，圧力 P でのエントロピー S を求めよ。

II. 図 3.1 のように断熱壁で断熱された容器の中に圧力が異なる平衡状態の気体が隔膜で仕切られている状態を「状態 a」と呼ぶことにする。状態 a において，隔膜で仕切られた 2 つの部分（気体 1 と気体 2）の体積，圧力，モル数を，それぞれ V_1，V_2，P_1，P_2，n_1，n_2 とする。また，状態 a において 2 つの気体は同じ温度 T_a に保たれていると仮定する。この隔膜が破られると 2 つの気体は反応せずに混ざり合い，最終的に気体は別の平衡状態に至る。これを「状態 b」と呼ぶことにする。

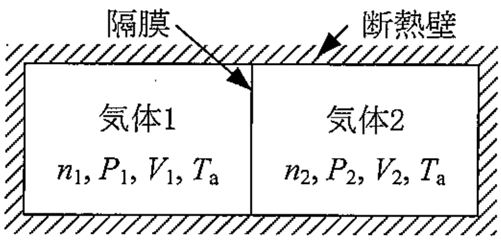

図 3.1

1. 平衡状態 b に至った後の気体の圧力 P_b を，P_1，P_2，n_1，n_2 で表せ。

2. 状態 a と状態 b の気体のエントロピーの差を求め，状態 a から状態 b に至る過程が不可逆過程であることを説明せよ。

III. 図 3.2 に P-V（圧力-体積）線図を示すカルノーサイクルについて，以下の問いに答えよ。

1. 状態 B から状態 C に変化する際にエントロピーは増加するか，減少するか。その理由とともに述べよ。
2. T-S（温度-エントロピー）線図を示せ。
3. 得られた T-S 線図を使って，カルノーサイクルの効率を導け。

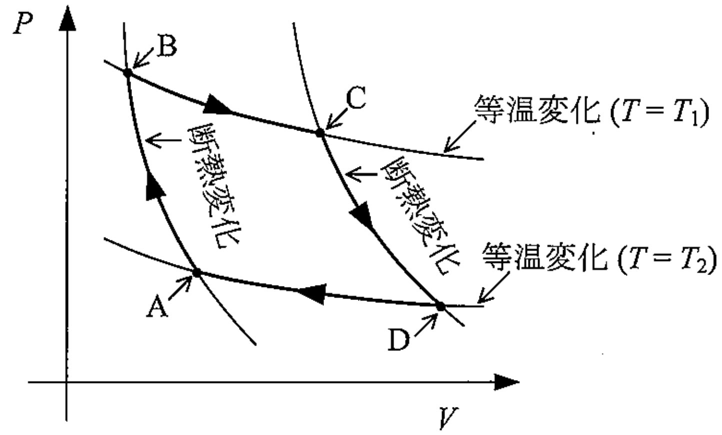

図 3.2

第 4 問

x 軸上を振動し，周期的な外力 $mf\cos\omega t$ 下にある質量 m の質点を考える（f は正の定数，ω は角振動数，t は時間）。この質点の運動方程式は $m\ddot{x}+2m\mu\dot{x}+m\omega_0^2 x=mf\cos\omega t$ で与えられる（$\ddot{x}=d^2x/dt^2$）。ここで，$-m\omega_0^2 x$ は復元力（原点 O からの距離 x に比例した力，ω_0 は固有角振動数），$-2m\mu\dot{x}$ は抵抗力（$\dot{x}=dx/dt$ に比例した力，μ は正の定数）である。十分な時間が経過した後の定常状態における質点の位置 $x_S(t)$ は，初期位相を α とすると次式で与えられる。

$$x_S(t)=\frac{f}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\mu^2\omega^2}}\cos(\omega t-\alpha),\quad \tan\alpha=\frac{2\mu\omega}{\omega_0^2-\omega^2} \tag{1}$$

また，弾性振幅を A_e，吸収振幅を A_a とすると，$x_S(t)$ は次式で示すこともできる。

$$x_S(t)=A_e\cos\omega t+A_a\sin\omega t \tag{2}$$

以下の問題を解くにあたり，一周期（時間 τ から $\tau+T$）の積分に関する以下の式を用いても良い。ここで，T は振動の周期（$T=2\pi/\omega$）である。

$$\frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\cos^2\omega t\,dt=\frac{1}{2},\quad \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\sin^2\omega t\,dt=\frac{1}{2},\quad \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\sin\omega t\cdot\cos\omega t\,dt=0 \tag{3}$$

I. 定常振動に関する以下の問いに答えよ。ここで，外力による仕事率を $p(t)$，$p(t)$の一周期の時間平均を P とする。また，質点の力学的全エネルギーを $w(t)$，$w(t)$の一周期の時間平均を W とする。

1. A_e および A_a を ω, ω_0, μ, f を用いて表せ。
2. $p(t)$が外力と $\dot{x}$ の積で与えられることを利用して，P を m, f, ω, A_a の全部または一部を用いて示せ。また，その物理的解釈を，系に供給されるエネルギーと系で消費されるエネルギーの観点から，簡潔に述べよ。
3. W を $m, f, \omega, \omega_0, \mu$ の全部または一部を用いて示せ。
4. P は $\omega=\omega_0$ で最大値 P_{max} をとる。P の ω 依存性において，P が $P_{max}/2$ となる 2 点の ω（ω_+ および ω_-，$\omega_+>\omega_-$）から，その半値幅 $\Delta\omega$（$\Delta\omega=\omega_+-\omega_-$）を求めよ。

II. $t=0$ で外力が加わり始めた後の過渡状態から，どのように定常状態へ変化するかを考える。この質点の位置 $x_{\mathrm{T}}(t)$ は次式で与えられる。

$$x_{\mathrm{T}}(t)=\exp(-\mu t)\left(B_1\cos\omega_1 t+B_2\sin\omega_1 t\right)+x_{\mathrm{S}}(t) \tag{4}$$

ここで，B_1 と B_2 は定数であり，また $\omega_1=(\omega_0^2-\mu^2)^{1/2}$ である。抵抗力が非常に小さい場合（$\omega_0>\omega_1>>\mu$）に関する以下の問いに答えよ。なお，初期条件は $x_{\mathrm{T}}(0)=0$，$\dot{x}_{\mathrm{T}}(0)=0$ とする。

1. B_1 と B_2 を，$\omega, \omega_1, \mu, A_{\mathrm{e}}, A_{\mathrm{a}}$ の全部または一部を用いて示せ。
2. 共振状態（$\omega=\omega_1$）における $x_{\mathrm{T}}(t)$ の近似解を求めよ。
3. $\omega\approx 0.1\omega_0$ における $x_{\mathrm{T}}(t)$ の近似解を求めよ。また，$x_{\mathrm{T}}(t)$ の概形を，縦軸 x_{T}，横軸 t として図示せよ。

草　稿　用　白　紙

草 稿 用 白 紙

草 稿 用 白 紙