2024 年 度
大 学 院 入 学 試 験 問 題
物 理 学

13：00 ～ 15：00

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 日本語または英語で解答すること。日本語の問題文は 2–9 ページ，英語の問題文は 12–19 ページにある。
4. すべての問題に解答すること。
5. 解答用紙は 2 枚渡される。問題（第 1 問，第 2 問）ごとに必ず 1 枚の解答用紙を使用すること。必要があれば，解答用紙の裏面を用いてもよい。
6. 解答用紙左上の枠にその用紙で解答する問題番号（1 または 2）を記入すること。
7. 解答用紙上方の指定された箇所に受験番号を記入すること。
8. 草稿用白紙は本冊子から切り離さないこと。
9. 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
10. 試験終了後，解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること。

Instructions in English are on the back cover.

草 稿 用 白 紙
BLANK PAGE

第 1 問

図 1.1 のように一様な密度を持つ質量M，半径Rの厚みが無視できる円板が，角度30°の斜面に置かれている。円板は円周側面上の点Pで糸に接続され，その糸の反対側は斜面から$2R$の距離に固定されたバネ定数Kのバネに接続されている。なお，バネと円板は接触することはなく，円板は紙面内で運動し，円板中心の軌跡は常に斜面と平行を保つものとする。空気抵抗および糸とバネの質量は無視し，重力加速度をgとする。

斜面と平行で下降する方向にx軸をとり，円板中心位置をxとする。図 1.1 のようにバネが自然長で糸が巻き付かず，点Pと円板中心を結ぶ直線が斜面と垂直となるときの円板中心位置を原点$(x = 0)$とする。図 1.2 のように，円板と斜面とは滑りがなく，円板は糸を巻き付けて自転しながら運動する。なお，同図では原点$(x = 0)$の円板位置を破線で示している。

以下の問 I～IV のすべてに答えよ。

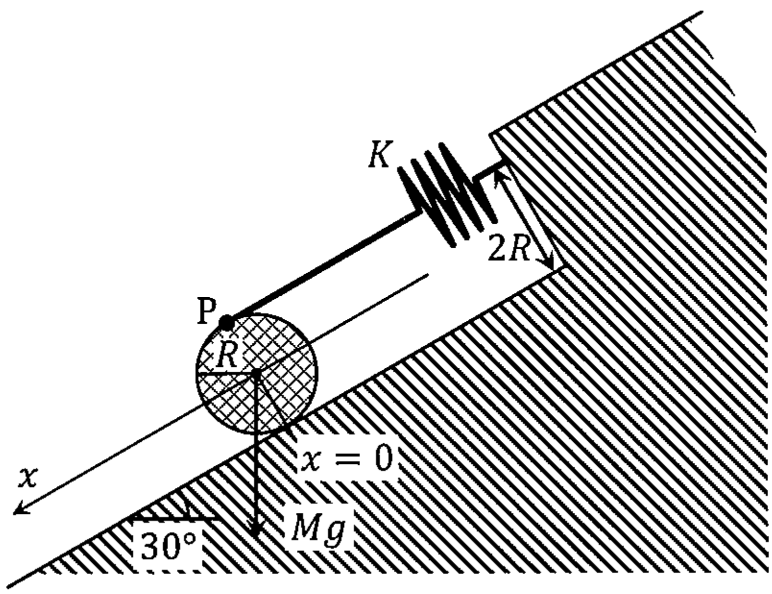

図 1.1

I. この円板の慣性モーメントIを導出せよ。

II. 図 1.2 に示すように原点$(x = 0)$の位置から準静的に円板を回転させながら斜面に沿って下ろしていき，釣り合いの位置で止める。このときのx座標x_0を求めよ。

III. 円板を原点$(x = 0)$の位置に戻して静止状態$\left(\frac{dx}{dt} = 0\right)$から時刻$t = 0$で運動を開始させる。このとき，以下の問いに答えよ。

1. 円板の中心位置xと時刻tの関係を表す微分方程式を求めよ。

2. 前問の微分方程式を解き，円板の中心位置xを時刻tの関数として図示せよ。

3. 斜面と円板に生じる摩擦力について，その静止摩擦係数をμとする。斜面との間に滑りが生じないためにμが満たすべき条件を示せ。

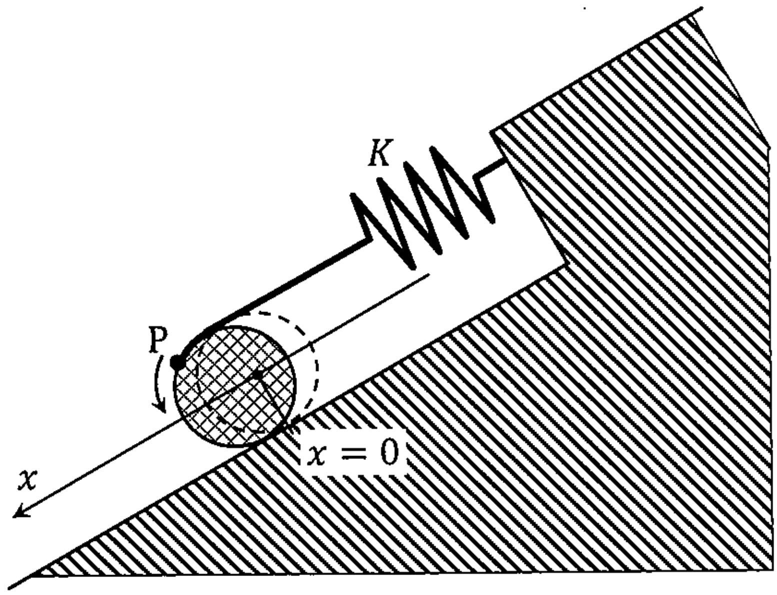

図 1.2

IV. 問 III の運動を始める前に，図 1.3 に示すように円板が釣り合いの位置$(x = x_0)$にあるときに接触する障害物を斜面に固定した。円板は斜面から距離hで障害物のとがった先端と接触する。円板と障害物の先端には滑りは生じず，接触時には角運動量が保存される。

問 III と同様に，円板を原点$(x = 0)$の位置に置き，静止状態$\left(\frac{dx}{dt} = 0\right)$から運動を開始させた。このとき，障害物との接触後に円板が斜面から離れるためにhが満たすべき条件を求めよ。

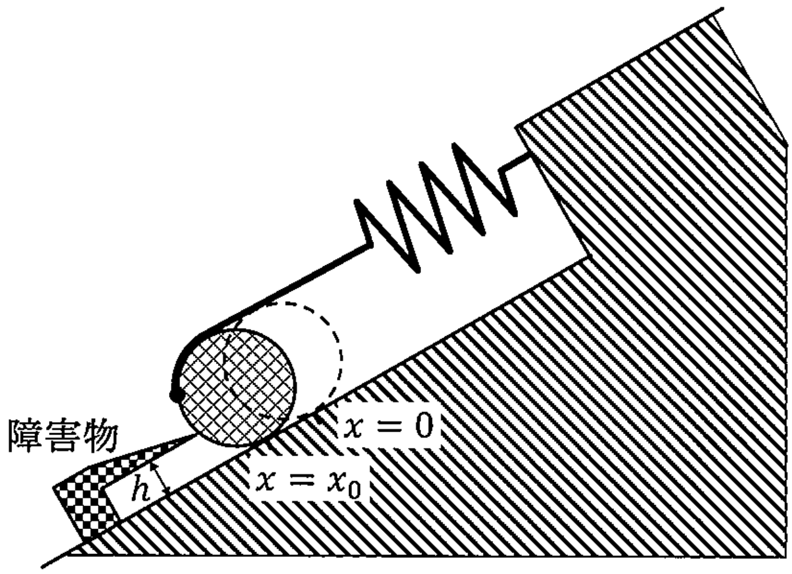

図 1.3

草稿用白紙
BLANK PAGE

第 2 問

以下の問 I, II の両方に答えよ。

I. 真空中に図 2.1 および図 2.2 のように電荷が分布しているとする。図 2.1 では，半径aの球体の内部に電荷が電荷密度ρ $(\rho > 0)$で一様に分布している。中心からの距離をrとし，中心における電位を$V = 0$とする。図 2.2 では，真空中のxyz直交座標系において$-a < x < a$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$の範囲で電荷が電荷密度ρ $(\rho > 0)$で一様に分布している。$x = 0$における電位を$V = 0$とする。真空の誘電率をε_0とする。次の問いに答えよ。

1. 図 2.1 について電位Vをrの関数として求め，電位Vとrの関係を図示せよ。

2. 図 2.2 について電位Vをxの関数として求め，電位Vとxの関係を図示せよ。

次に，図 2.1 および図 2.2 において，質量m，電荷$-q$ $(q > 0)$を有する点電荷 P を初速度なしで置くことを考える。以下，この点電荷の存在および運動によって，もともと存在した電荷の分布は変化しないものとする。次の問いに答えよ。

3. 図 2.1 において，点電荷 P を$0 < r < a$ のある点r_0 に置いた後の点電荷 P の運動方程式を求めよ。また，この運動方程式を解いて，点電荷 P がどのような運動をするか記述せよ。

4. 図 2.2 において，点電荷 P を$-a < x < a$（ただし$x \neq 0$）のある点x_0 に置いた後の点電荷 P の運動方程式を求めよ。また，この運動方程式を解いて，点電荷 P がどのような運動をするか記述せよ。

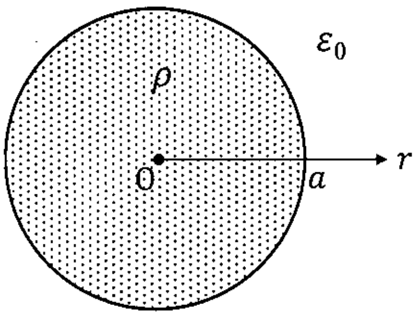

図 2.1

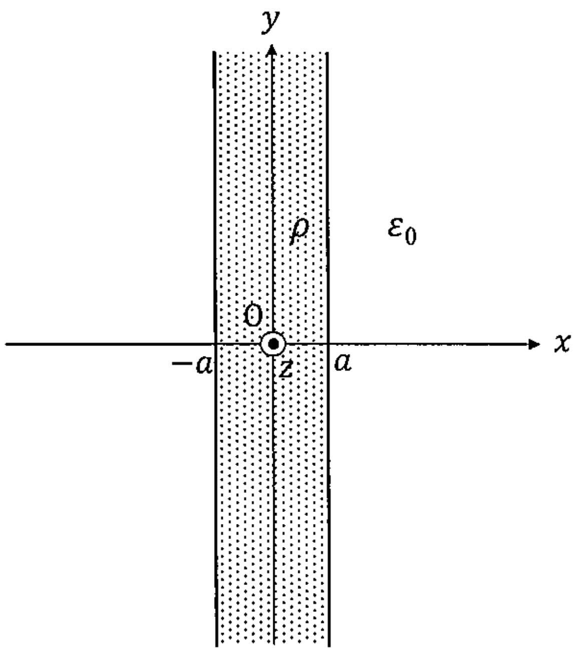

図 2.2

II.　図 2.3 に示すように，誘電率ε_1の誘電体 1 および誘電率ε_2の誘電体 2 が原点 O を含む xyz 直交座標系のxy平面で接している。$z \leq 0$の領域（領域 I）に誘電体 1，$z > 0$の領域（領域 II）に誘電体 2 が存在する。電荷qの点電荷が点P $(0,0,a)$ （$a > 0$）に置かれている。真空の誘電率をε_0とする。はじめに，電気映像の方法により図 2.3 における静電界を求めることを考える。無限遠の電位を 0 とする。以下の問いに答えよ。

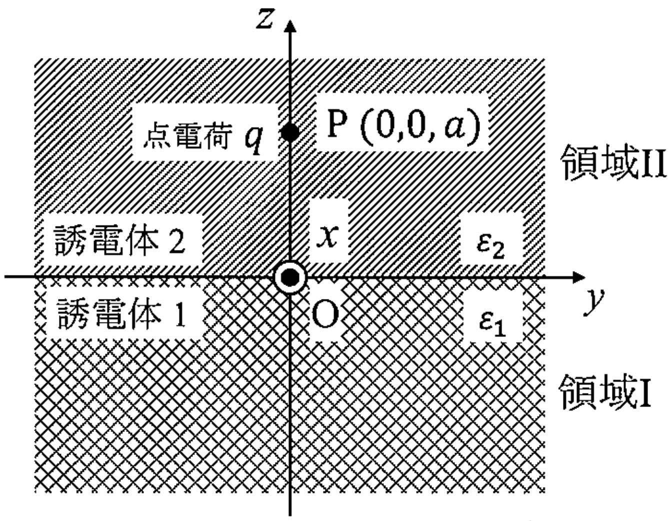

図 2.3

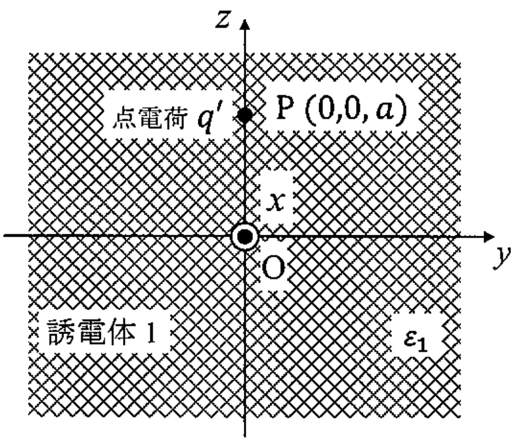

図 2.4

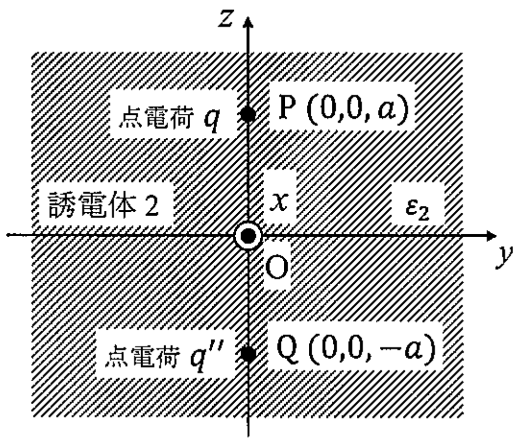

図 2.5

1. 図 2.4 に示すように誘電体 1 が空間を占有しており，電荷q'の点電荷を点P $(0,0,a)$ に置いたとする。このとき，図 2.4 中の点(x,y,z)における電位$\phi_1(x,y,z)$を求めよ。

2. 図 2.5 に示すように誘電体 2 が空間を占有しており，点P $(0,0,a)$ にある電荷qの点電荷に加えて，電荷q''の点電荷を点Q $(0,0,-a)$ に置いたとする。このとき，図 2.5 中の点(x,y,z)における電位$\phi_2(x,y,z)$を求めよ。

3. 図 2.3 の領域 I および領域 II の電位が，前問までで求めた$\phi_1(x,y,z)$および$\phi_2(x,y,z)$でそれぞれ表されるとする。このとき，領域 I および領域 II の界面で境界条件が満たされるように，問 II.1 および問 II.2 で定義したq'とq''を$\varepsilon_1, \varepsilon_2, q$を用いて表せ。

4. 図 2.3 に示す電荷qの点電荷に作用する力の大きさを求めよ。

5. 問 II.4 で求めた力について考える。$\varepsilon_2 < \varepsilon_1$とした時に，点P $(0,0,a)$ にある電荷qの点電荷に働く力の向きを答えよ。

6. 図 2.3 に示す領域 I と領域 II の境界面上の分極電荷面密度$\sigma(x,y)$を求めよ。

7. 図 2.3 に示す境界面上の総分極電荷量Σを求めよ。

草稿用白紙
BLANK PAGE

草稿用白紙
BLANK PAGE

Problem 1

As shown in Fig. 1.1, a uniformly dense disk of radius R and mass M is put on a 30 degree angle slope. The thickness of the disk is negligible. This disk is attached to a thread at point P on the circumferential sidewall. The other end of this thread is connected to a spring with a spring constant K and this spring is fixed at a distance $2R$ from the slope. The spring does not contact with the disk. The disk moves in-plane and the trajectory of the disk center is maintained parallel to the slope. Air resistance and the masses of the thread and the spring are ignored. The gravitational acceleration is denoted by g.

The x-axis is defined parallel to the slope downward and x is the position of the disk center. As shown in Fig. 1.1, the original x position ($x = 0$) is defined when the spring is at its natural length, the thread is not rolled on the disk, and the line crossing the point P and the disk center is perpendicular to the slope. As indicated in Fig. 1.2, the disk does not slip on the slope and rotates while winding up the thread. In this figure, the disk at the original position ($x = 0$) is indicated with dashed line.

Answer all the following questions from I to IV.

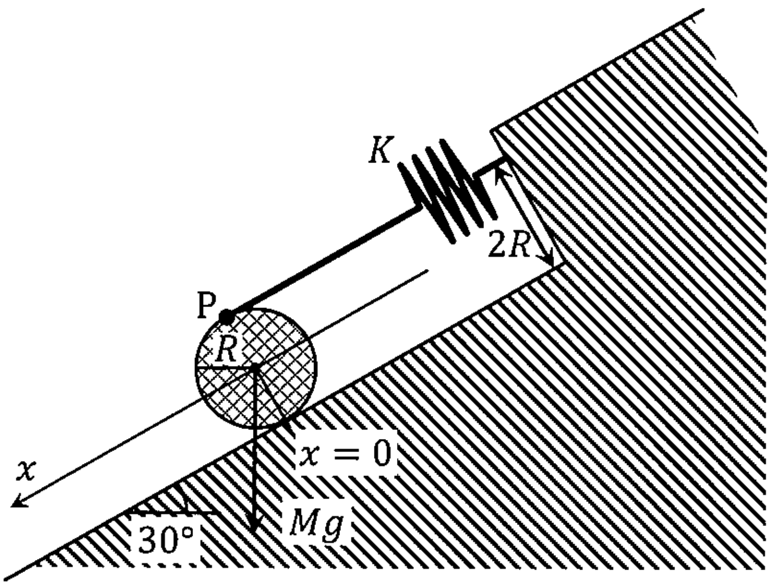

Figure 1.1

I. Derive the moment of inertia I of the disk.

II. From the original position $(x = 0)$, the disk is put down on the slope quasi-statically while it is rotated as shown in Fig. 1.2. Determine the x-coordinate x_0 when the disk reaches the equilibrium position.

III. The disk is set back to the original position $(x = 0)$ and gently released $\left(\frac{dx}{dt} = 0\right)$ at $t = 0$. Answer the following questions.

1. Determine the differential equation expressing the disk center position x as a function of time t.

2. Solve the differential equation in the previous question and draw a graph of the disk center position x as a function of time t.

3. The static friction coefficient between the slope surface and the disk is denoted by μ. Determine the condition that the parameter μ must satisfy in order to keep the non-slippage movement between the slope and the disk.

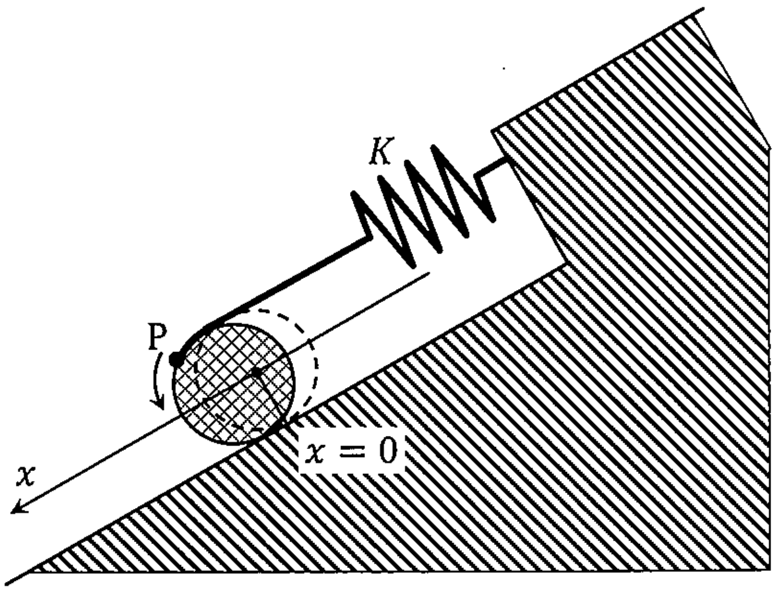

Figure 1.2

IV. Before starting the movement as indicated in Question III, an obstacle is attached on the slope. This obstacle contacts with the disk at the equilibrium position $(x = x_0)$ as shown in Fig. 1.3. The contact is with the pointed tip of the obstacle at a distance h from the slope. No slippage happens between the disk and the obstacle and the angular momentum is conserved during the contact.

Now the disk is gently released $\left(\frac{dx}{dt} = 0\right)$ at the original position $(x = 0)$ as in Question III. Determine the condition that h must satisfy for the disk to detach from the slope after the contact with the obstacle.

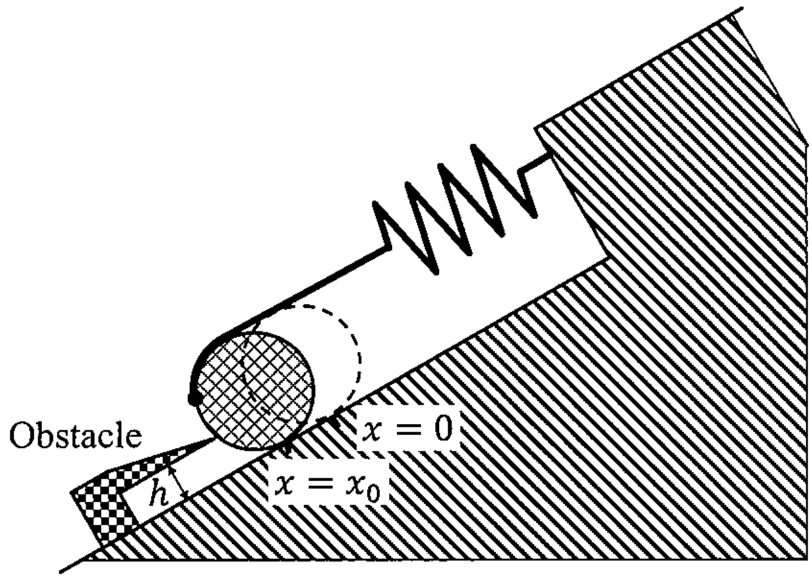

Figure 1.3

草稿用白紙
BLANK PAGE

Problem 2

Answer both questions I and II.

I. Assume that charges are distributed in a vacuum as shown in Fig. 2.1 and Fig. 2.2. In Fig. 2.1, the charges are uniformly distributed with a charge density ρ ($\rho > 0$) in a sphere of radius a. The distance from the center is denoted by r. Let the electric potential $V = 0$ at the center. In Fig. 2.2, the charges are uniformly distributed with a charge density ρ ($\rho > 0$) in the region $-a < x < a$, $-\infty < y < \infty$, and $-\infty < z < \infty$ in the xyz orthogonal coordinate system. Let the electric potential $V = 0$ at $x = 0$. The permittivity in vacuum is denoted by ε_0. Answer the following questions.

1. Find the formula and draw the graph of the potential V as a function of r in the case of Fig. 2.1.

2. Find the formula and draw the graph of the potential V as a function of x in the case of Fig. 2.2.

Next, consider a point charge P with a mass m and a charge $-q$ ($q > 0$) is put without initial velocity in Fig. 2.1 and Fig. 2.2. Assume that the presence and the motion of the point charge P do not affect the existing charge distributions. Answer the following questions.

3. Assume that the point charge P is put at a certain position r_0 in $0 < r < a$ in Fig. 2.1. Find the equation of motion of the point charge P. Solve the equation and describe the motion of the point charge P.

4. Assume that a point charge P is put at a certain position x_0 in $-a < x < a$ ($x \neq 0$) in Fig. 2.2. Find the equation of motion of the point charge P. Solve the equation and describe the motion of the point charge P.

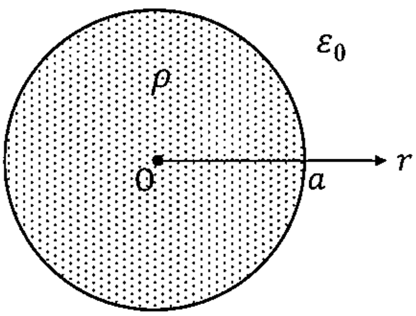

Figure 2.1

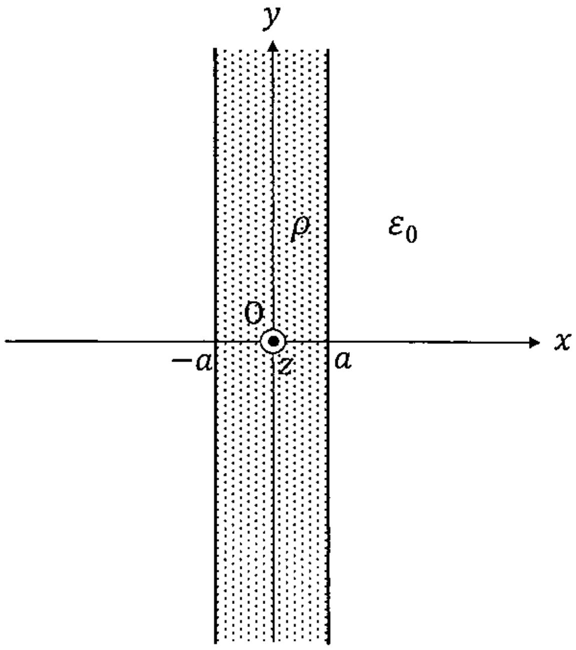

Figure 2.2

II. As shown in Fig. 2.3, a dielectric 1 with permittivity ε_1 and a dielectric 2 with permittivity ε_2 are contacted on the xy plane including the origin O in the xyz orthogonal coordinate system. The dielectric 1 exists in the region $z \leq 0$ (Region I), and the dielectric 2 exists in the region $z > 0$ (Region II). A point charge with the charge q is placed at the point P $(0,0,a)$ $(a > 0)$. The permittivity in vacuum is denoted by ε_0. First, the method of image charges will be used to obtain the electrostatic fields in Fig. 2.3. Let the electric potential be zero at infinity. Answer the following questions.

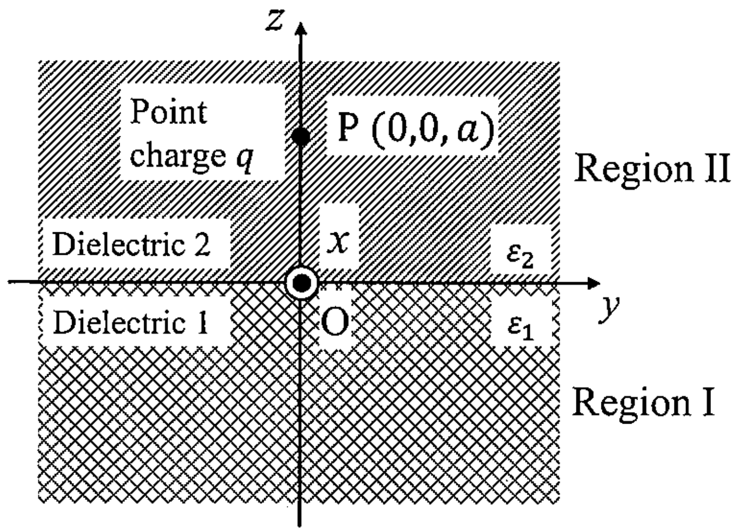

Figure 2.3

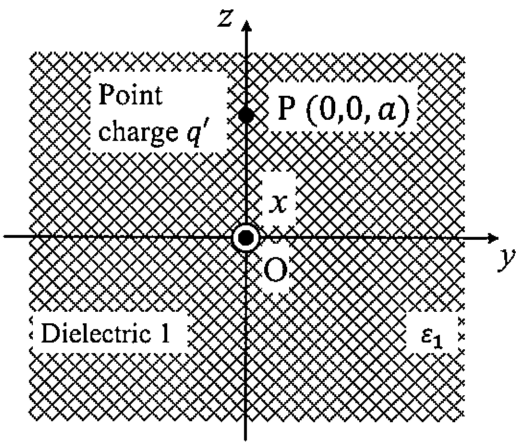

Figure 2.4

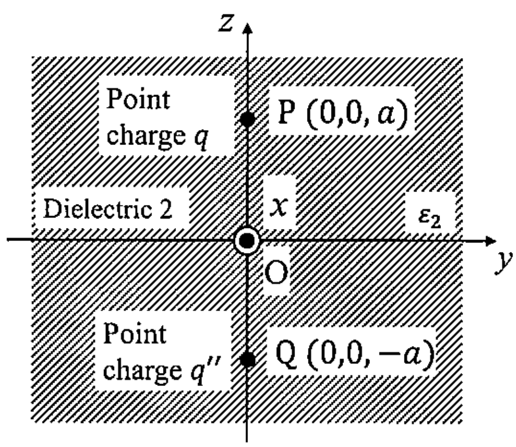

Figure 2.5

1. As shown in Fig. 2.4, assume that the dielectric 1 occupies the entire space and that a point charge with the charge q' is placed at the point P $(0, 0, a)$. Find the electric potential $\phi_1(x, y, z)$ at the point (x, y, z) in Fig. 2.4.

2. As shown in Fig. 2.5, assume that the dielectric 2 occupies the entire space and that a point charge with the charge q'' is placed at the point Q $(0,0,-a)$ in addition to the point charge with the charge q at the point P $(0, 0, a)$. Find the electric potential $\phi_2(x, y, z)$ at the point (x, y, z) in Fig. 2.5.

3. Assume that the electric potentials in Regions I and II in Fig. 2.3 are given by $\phi_1(x, y, z)$ and $\phi_2(x, y, z)$, respectively, obtained in the previous questions. Using $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ and q, express q' and q'' defined in Questions II.1 and II.2 so that the boundary conditions at the interface between Regions I and II are satisfied.

4. Find the magnitude of the force on the point charge with the charge q as shown in Fig. 2.3.

5. Consider the force obtained in Question II.4. Assuming $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$, find the direction of the force on the point charge with the charge q at the point P $(0, 0, a)$.

6. Find the surface charge density of the polarized charge $\sigma(x, y)$ at the interface of Regions I and II in Fig. 2.3.

7. Find the total polarized charge Σ at the interface in Fig. 2.3.

草稿用白紙
BLANK PAGE

2024

The Graduate School Entrance Examination

Physics

13:00 – 15:00

GENERAL INSTRUCTIONS

1. Do not open the problem booklet until the start of the examination is announced.
2. Notify your proctor if you find any printing or production errors.
3. Answers must be written in Japanese or English. The problems are described in Japanese on pages 2–9 and in English on pages 12–19.
4. Answer all problems.
5. Two answer sheets are given. Use one answer sheet for each Problem (1 and 2). You may use the reverse side if necessary.
6. Write the problem number (1 or 2) that you answer in the upper left box of the answer sheet.
7. Fill in your examinee number in the designated place at the top of the answer sheet.
8. You may use the blank pages of the problem booklet for drafts without detaching them.
9. Any answer sheet with marks or symbols irrelevant to your answers is considered to be invalid.
10. Do not take the answer sheets or the booklet with you after the examination.

Examinee Number	No.

Write your examinee number in the space provided above.

日本語の注意事項はおもて表紙にある。