平成25年度

大学院入学試験問題

物理学

午前9：00～11：00

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 4問のうち，任意の2問を選んで解答すること。
4. 解答用紙2枚が渡される。1問ごとに必ず1枚の解答用紙を使用すること。解答用紙に書ききれないときは，裏面にわたってもよい。
5. 解答用紙上方の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。また，上方にある「くさび型マーク」のうち，記入した問題番号および修士課程と博士課程の区別に相当する箇所を，試験終了後に監督者の指示に従い，はさみで正しく切り取ること。したがって，解答用紙1枚につき2ケ所切り取ることになる。
6. 草稿用白紙は本冊子から切り離さないこと。
7. 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする。
8. 解答用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.

上欄に受験番号を記入すること。

第 1 問

半径 a，質量 M の，密度が一様な球の運動について考える。以下では球と床は剛体として，それぞれの変形はないものとする。水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとり，重力加速度は g であるとする。力積は，球の重心 G を通る鉛直面（xy 面）内で働くとする。以下の問いに答えよ。

I. 球の重心を通る軸まわりの慣性モーメント I_G を a と M で表せ。また，答えに至る過程も記せ。

II. 図 1.1 に示すように，水平な床 1 の上に静止している球の高さ h の点に，x 軸方向の力積 P を加えた。床 1 と球の間に摩擦がないとして，球がすべらずに転がるときの高さ $h=h_0$ を求めよ。

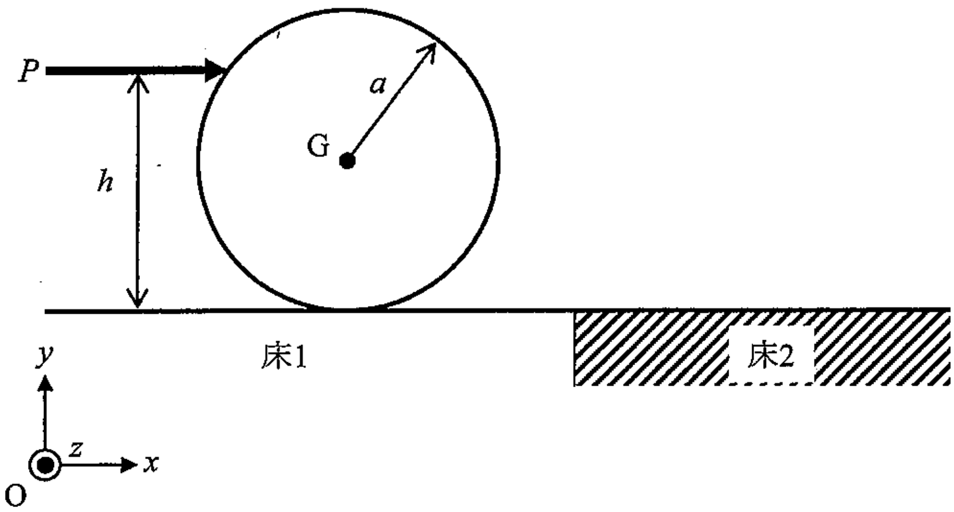

図 1.1

III. 図 1.1 において，今度は，水平な床 1 の上に静止している球の高さ $h=\frac{3}{2}a$ の点に，x 軸方向の力積 P を加えた。球が運動をはじめた後，時刻 $t=0$ で球と床との接触点が，水平な床 2 の上にのり，時刻 $t=t_1$ で球の重心は等速運動に移った。t_1 とそのときの球の重心の速度 v_1 を求めよ。ただし，球と床 2 の間の動摩擦係数は一定であり，μ とする。

IV. 図 1.2 に示すように，水平な床 1 の上に静止している球の高さ $h=\dfrac{1}{2}a$ の点に，x 軸方向の力積 P を加えた。この球はある高さ $H \geq H_{\mathrm{m}}$ の段差を登ることができない。角運動量保存則を用いて，H_{m} を求めよ。また，球が段差を登りきるために必要な力積 P の最小値 P_{m} を求めよ。ただし，球は段差上の角点 A で段差と接触するものとし，段差を登りきるまで，球と点 A の間は離れず，すべらないものとする。また，床 1 と球の間の摩擦はないものとする。

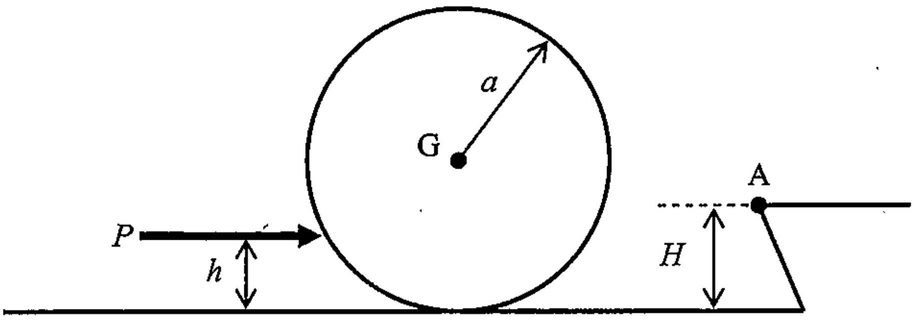

図 1.2

第 2 問

電磁波が誘電体（誘電率ε_1，透磁率μ_1，電気導電率$\sigma_1=0$）から導体（誘電率ε_2，透磁率μ_2，電気導電率σ_2）に入射するときの反射波と透過波について考える。電場$\boldsymbol{E}$はx方向にのみE_xを，磁場$\boldsymbol{H}$はy方向にのみH_yをもち，z方向に伝搬している平面電磁波（角周波数ω）が，導体表面（無限に広い平面）に垂直入射している。図 2.1 のように，入射波 (IN)，透過波 (T)，反射波 (R) の(E_x,H_y)を，それぞれ$(E_{\mathrm{IN}},H_{\mathrm{IN}})$，$(E_{\mathrm{T}},H_{\mathrm{T}})$，$(E_{\mathrm{R}},H_{\mathrm{R}})$とする。また，時間を$t$として，$E_{\mathrm{IN}}=E_1\exp(i\omega t-ikz)$，$H_{\mathrm{IN}}=H_1\exp(i\omega t-ikz)$とおく。次に示すマクスウェルの方程式と電信方程式を用いて，以下の問いに答えよ。ここで，ε_1，ε_2，μ_1，μ_2およびσ_2は実数で一定とする。また，$a=(\varepsilon_1/\mu_1)^{1/2}$，$b=[\sigma_2/(\mu_2\omega)]^{1/2}$，$\eta=(a/b)^{1/2}$とおく。導体表面を$z=0$にとり，$z\geq 0$に導体があるとする。$k$は波数，$i$は虚数単位である。また，答えに至る過程も記せ。

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H}=\sigma\boldsymbol{E}+\varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E}=-\mu\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}=\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial E_x}{\partial t} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2}=\varepsilon\mu\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial H_y}{\partial t} \qquad (4)$$

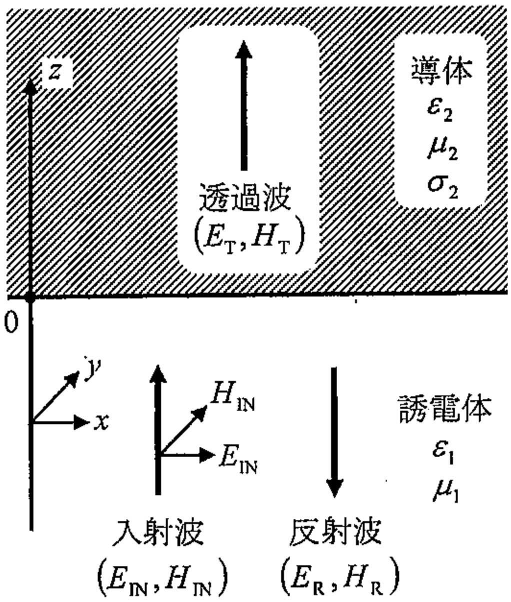

図 2.1

I. E_{R}とH_{R}の振幅を，それぞれE_3およびH_3とする。導体において$\sigma_2 \gg \varepsilon_2\omega$が成り立つとして，$E_{\mathrm{T}}=E_2\exp[i\omega t-(\alpha+i\beta)z]$，$H_{\mathrm{T}}=H_2\exp[i\omega t-(\alpha+i\beta)z]$とおく。ここでは，$\alpha\approx\beta\approx(\mu_2\sigma_2\omega/2)^{1/2}$の近似を用いる。

1. H_1およびH_3を，a，E_1，E_3の一部または全部を用いてそれぞれ示せ。
2. 入射波の位相速度vを，ε_1とμ_1を用いて示せ。
3. E_2とH_2の関係式を導出せよ。また，得られた結果から，E_{T}とH_{T}の位相差を求めよ。

II. ポインティングベクトル $\boldsymbol{S}\ (=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})$ の時間平均を $\overline{\boldsymbol{S}}$ とし，$\overline{\boldsymbol{S}}$ の大きさを $\left|\overline{\boldsymbol{S}}\right|$ とする。問Iの結果を用いて，以下の問いに答えよ。

1. 入射波と反射波の $\boldsymbol{S}$ を $\boldsymbol{S}_{\mathrm{IN}}$ と $\boldsymbol{S}_{\mathrm{R}}$ とする。$\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{IN}}}\right|$ および $\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{R}}}\right|$ を，a，E_1，E_3 の一部または全部を用いてそれぞれ示せ。
2. 透過波の $\boldsymbol{S}$ を $\boldsymbol{S}_{\mathrm{T}}$ とする。$\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{T}}}\right|$ を b，α，E_2，z の一部または全部を用いて示せ。また，$\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{T}}}\right|$ の式が示す α の物理的意味を簡潔に述べよ。
3. 反射率が $\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{R}}}\right|/\left|\overline{\boldsymbol{S}_{\mathrm{IN}}}\right|$ で表されるとして，反射率および透過率を η の関数としてそれぞれ求めよ。

第3問

式(1)に示すファン・デル・ワールスの状態方程式に従う 1 モルの気体分子がある。圧力 p，体積 V，絶対温度 T は気体が液化しない範囲にあるとし，体積 V は b より十分大きいものとする。

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT \tag{1}$$

R は気体定数，a と b は，それぞれ分子間力と分子体積に関係する正の定数である。この気体の内部エネルギーを U とし，エントロピーを S とする。この気体が可逆過程によって変化すると，熱力学第一法則より，式(2)が成り立つ。

$$dU=TdS-pdV \tag{2}$$

以下の問いに答えよ。ただし，気体の定容比熱 C_V を一定とする。

I. マクスウェルの関係式の１つである

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T=\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \tag{3}$$

を導出せよ。必要であれば，ヘルムホルツの自由エネルギー $A=U-TS$ を用いてもよい。

II. 温度一定の条件の下で気体が収縮または膨張すると，この気体の内部エネルギーの変化は，次式で表される。式(4)が成り立つことを示せ。

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T=T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V-p \tag{4}$$

III. 式(1)に従う気体 1 モルを作動流体とし，絶対温度 T_2 における等温膨張（状態 A→状態 B)，断熱膨張（状態 B→状態 C)，絶対温度 T_1 における等温圧縮（状態 C→状態 D)，断熱圧縮（状態 D→状態 A）の４つの可逆過程からなるサイクルがある。ここで，状態 A, B, C, D での体積を V_A，V_B，V_C，V_D とする。このサイクルはカルノーサイクルと呼ばれ，横軸に S，縦軸に T をとると，図 3.1 に示されるような変化をする。状態 A から状態 B の等温膨張過程において，気体が受け取る熱量を，V_A，V_B，T_2 を用いて表せ。また，状態 C から状態 D の等温圧縮過程で気体が受け取る熱量を V_C，V_D，T_1 を用いて表せ。

IV.　問 III のサイクルにおいて，温度比 T_1/T_2 を V_B，V_C を用いて表せ。

V.　問 III のサイクルの熱効率 η を求めよ。また，作動流体を理想気体とした場合と比べた熱効率の優劣を述べよ。

VI.　式(1)に従う気体 1 モルを作動流体とし，断熱圧縮（状態 E→状態 F)，定容加熱（状態 F→状態 G)，断熱膨張（状態 G→状態 H)，定容冷却（状態 H→状態 E）の４つの可逆過程からなるサイクルがある。状態 E のときの絶対温度を T_E，状態 F のときの絶対温度を T_F とする。また，状態 E，F での体積を V_E，V_F とする。横軸に S，縦軸に T をとると，図 3.2 に示されるような変化をし，無限に小さい微小カルノーサイクルの足し合わせと近似できる。図 3.3 は図 3.2 中の１つの微小サイクル(状態 K→状態 L→状態 M→状態 J→状態 K)を拡大した図である。すべての微小サイクルの熱効率が等しいことを示せ。また，$V_E/V_F=\varepsilon$ とするとき，全体のサイクル（状態 E→状態 F→状態 G→状態 H→状態 E）の熱効率を ε と V_F を用いて求めよ。

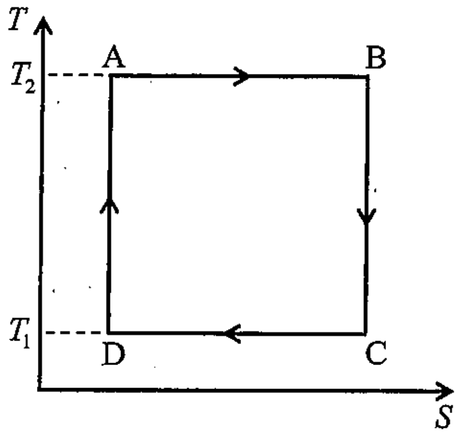

図 3.1

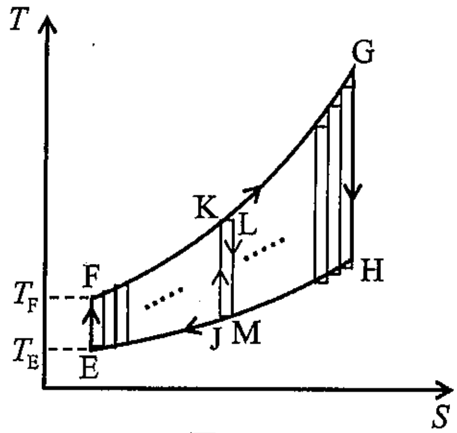

図 3.2

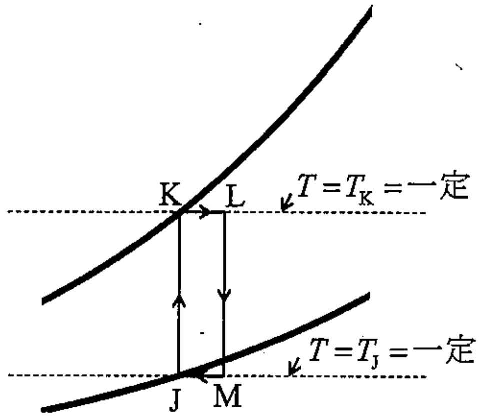

図 3.3

第 4 問

I. 図 4.1 のような光の屈折を考える。光は屈折率 n_1 の媒質 1 から入射角 θ_1 で入射し，屈折率 n_2 の媒質 2 の中に屈折角 θ_2 をもって屈折する。以下の問いに答えよ。

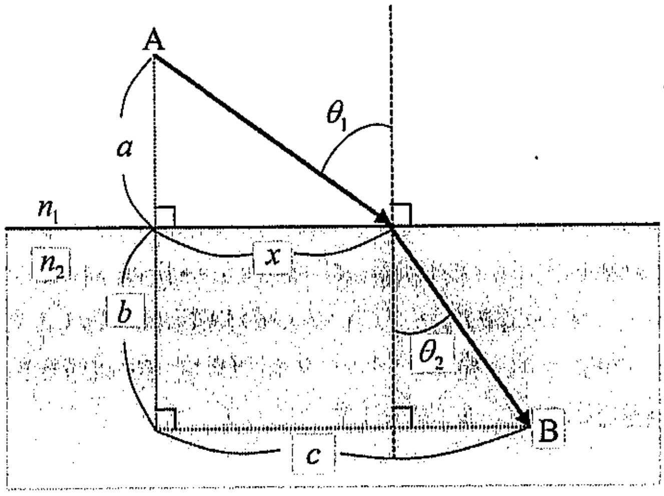

図 4.1

1. 屈折率 n と光が進む距離 s の積 ns のことを光学距離という。図 4.1 のように，A から出た光が B に達するときの A から B までの光学距離を n_1，n_2，a，b，c，x を用いて表せ。
2. 実際の光の経路は光学距離を停留にすることが知られている（フェルマーの原理）。また n_1，n_2，θ_1，θ_2 には(1)式のような関係式が成り立つことが知られている（スネルの法則）。フェルマーの原理を用いてスネルの法則を導け。

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{1}$$

II. 図 4.2 に示すように，真空中に平坦な平行平板ガラスを入射光に対して角度 θ_1 で置いた場合を考える。この場合の入射光に対する出射光の移動量を図のように d と定義する。次の問いに答えよ。

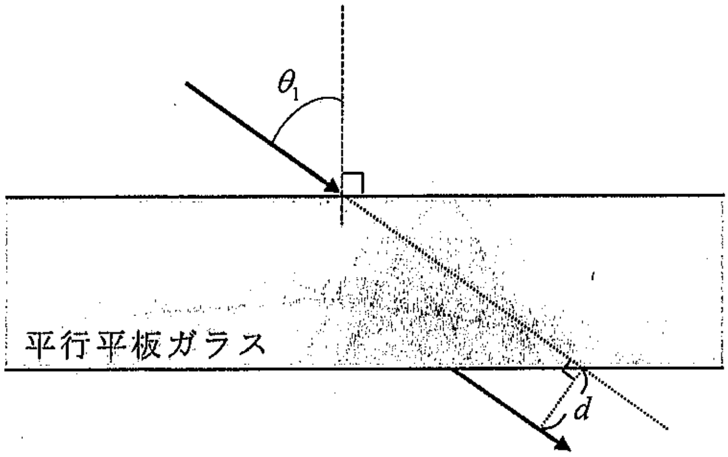

図 4.2

1. 屈折率 n_1，厚さ h_1 の平行平板ガラス 1 を考える。光線の移動量 d を θ_1， n_1， h_1 のすべてもしくは一部を用いて表せ。
2. 次に，平行平板ガラス 1 の下側に，屈折率 n_2，厚さ h_2 の平行平板ガラス 2 を貼り合わせた，合わせ平行平板ガラスを考える（$n_1 < n_2$）。この合わせガラス板を通過した後の光線の移動量 d を θ_1， n_1， n_2， h_1， h_2 のすべてもしくは一部を用いて表せ。

III. ガラスの屈折率を求める実験を考える。図 4.3 のように真空中に屈折率n_1のガラスで作った頂角αのプリズムを置く。入射角θ_aでプリズムに入射した光が，出射角θ_bをもってプリズムから出てきた。次の問いに答えよ。

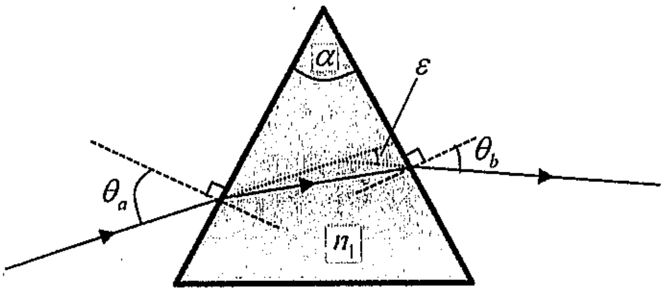

図 4.3

1. 偏向角εをθ_a，θ_b，αを用いて表せ。
2. εが最小値$\varepsilon_{\min}$をとるときのθ_aとθ_bの関係を導け。また，答えに至る過程も記せ。
3. プリズムに使ったガラスの屈折率n_1を$\varepsilon_{\min}$とαを用いて表せ。